Ecuaciones (3) - Logarítmicas

· **DEFINICIÓN DE LOGARITMO:**

$\log_n a = b$ (ARGUMENTO; BASE)

$2^3 = 8 \rightarrow \log_2 8 = 3$

$\log a = \log_{10} a$ (LOGARITMO DECIMAL)

$\ln a = \log_e a \rightarrow L(a)$ (LOGARITMO NEPERIANO)

· **EJEMPLOS:**

$\log_3 27 = x$; $3^x = 27$; $3^x = 3^3$

$x = 3$

$\log_5 \frac{\sqrt[3]{625}}{25^2} = x$; $5^x = \frac{\sqrt[3]{625}}{25^2}$; $5^x = \frac{\sqrt[3]{5^4}}{(5^2)^2}$;

$5^x = \frac{5^{4/3}}{5^4}$; $5^x = 5^{\frac{4}{3}-4}$;

$5^x = 5^{-8/3}$; $x = -8/3$

· **PROPIEDADES:**

- $\log_n n = 1$
- $\log_n 1 = 0$
- $\log_n 0 = \nexists$
- $\log_n (-a) = \nexists$

- $\log_n A + \log_n B = \log_n (A \cdot B)$
- $\log_n A - \log_n B = \log_n \left(\frac{A}{B}\right)$
- $n \cdot \log A = \log A^n$

- **ECUACIONES LOGARÍTMICAS**

$$\log(2x-3) + \log(3x-2) = 2 - \log 25$$

1) AGRUPAMOS LOGARITMOS EN UNO DE LOS DOS MIEMBROS DE LA ECUACIÓN. TÉRMINOS INDEPENDIENTES AL OTRO LADO.

$$\log(2x-3) + \log(3x-2) + \log 25 = 2 \;;$$

2) UNIFICAMOS LOGARITMOS APLICANDO PROPIEDADES.

$$\log (2x-3)\cdot(3x-2)\cdot 25 = 2 \;;$$

3) ELIMINAMOS EL LOGARITMO APLICANDO LA DEFINICIÓN DE LOGARITMO.

$$\log_{10} (2x-3)\cdot(3x-2)\cdot 25 = 2 \;;$$

$$10^2 = (2x-3)\cdot(3x-2)\cdot 25 \;; \qquad 100 = (2x-3)\cdot(3x-2)\cdot 25$$

$$\frac{100}{25} = (2x-3)\cdot(3x-2) \;; \qquad 4 = 6x^2 - 13x + 6 \;;$$

$$0 = 6x^2 - 13x + 2 \;;$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169-48}}{12} = \frac{13 \pm 11}{12} = \rightarrow \quad x = 2 \;\checkmark$$

$$\rightarrow \quad x = 1/6 \;\times$$

$2\log(5x+4) - 2\log 2 = \log(x+4)$

$\log (5x+4)^2 - \log 2^2 = \log (x+4)$;

$+\log (5x+4)^2 - \log 4 - \log (x+4) = 0$;

$\log \frac{(5x+4)^2}{4} - \log (x+4) = 0$;

$\log \frac{\frac{(5x+4)^2}{4}}{(x+4)} = 0$;

$\log_{10} \frac{(5x+4)^2}{4(x+4)} = 0$;

$10^0 = \frac{(5x+4)^2}{4(x+4)}$; $\quad 1 = \frac{(5x+4)^2}{4(x+4)}$;

$4(x+4) = (5x+4)^2$; ...

TAREA

a) $\log x + \log 50 = \log 100$

b) $\log x^3 = \log 6 + 2\log x$

c) $\log x = 1 + \log(22 - x)$

d) $2\log x - \log(x-16) = 2$

e) $\log x + \log 20 = 3$

f) $3\log x + 2\log x^2 = \log 128$

$3\log x + 2\log x^2 = \log 128$;

$\log x^3 + \log x^4 = \log 128$;

$\log (x^3 \cdot x^4) = \log 128$;

$\log (x^7) = \log 128$;

$\log (x^7) = \log 128$;

$x^7 = 128$; $x = \sqrt[7]{128}$;

$x^7 = 2^7$; $x = 2$

$x = 2$

$\log (x^7) - \log 128 = 0$;

$\log_{10} \frac{x^7}{128} = 0$;

$\frac{x^7}{128} = 1$;

$x^7 = 128$

$x = \sqrt[7]{128}$

$x = 2$

---

c) $\log x = 1 + \log (22-x)$;

$\log x - \log (22-x) = 1$; $\log_{10} \frac{x}{22-x} = 1$; $10 = \frac{x}{(22-x)}$;

$10(22-x) = x$; $220 - 10x = x$; $220 = 11x$; $x = \frac{220}{11}$

$x = 20$

---

d) $2\log x - \log (x-16) = 2$;

$\log x^2 - \log (x-16) = 2$; $\log_{10} \frac{x^2}{x-16} = 2$; $100 = \frac{x^2}{x-16}$;

$100(x-16) = x^2$; $100x - 1600 - x^2 = 0$;

$$-x^2 + 100x - 1600 = 0$$

$a \quad b \quad c$

$$x = \frac{-100 \pm \sqrt{10000 - 6400}}{-2} = \frac{-100 \pm 60}{-2} = \begin{cases} x = 20 \checkmark \\ x = 80 \checkmark \end{cases}$$