Ficha de ejercicios · 1.1. Introducción y ensayos de tracción

Tecnología e Ingeniería · 2.º de Bachillerato · PAU 2027

Esta ficha completa los ejercicios de los apuntes de esta lección: ninguno se repite, así que puedes hacerla entera aunque ya hayas resuelto aquellos. Las soluciones van **agrupadas al final de la ficha**: al pie de cada ejercicio tienes un enlace que te lleva a la suya, y al pie de cada solución, otro para volver. Responde siempre *por escrito* antes de pulsar el enlace. Están ordenados de menor a mayor dificultad: los últimos son de tipo examen y conviene hacerlos redactados y cronometrados, como en la **PAU**.

1. Tensión, deformación y unidades

Ejercicio 1

Exprese cada magnitud en las unidades que se piden, indicando el factor de conversión empleado.

a) Una carga de 350 kp, en newtons y en kilonewtons.

b) Una sección de 3,5 cm^2, en milímetros cuadrados y en metros cuadrados.

c) La tensión que produce la carga del apartado a) sobre la sección del apartado b), en megapascales y en pascales.

d) Un módulo de elasticidad de 0,18 GPa y otro de 70 GPa, los dos en megapascales.

e) Una deformación unitaria del 0,35 %, como número adimensional.

Ver solución: Solución del Ejercicio 1

Ejercicio 2

Una barra de latón de sección cuadrada de 15 mm de lado y longitud inicial $L_0 = 80$ cm se somete a una carga axil de tracción de 27 kN. Se mide un alargamiento de 0,96 mm. Calcule:

a) la tensión de trabajo, en MPa;

b) la deformación unitaria, como número y en tanto por ciento;

c) la longitud final de la barra, en mm.

Ver solución: Solución del Ejercicio 2

Ejercicio 3

Un cable de sección circular tiene que soportar una carga de tracción de 18 kN sin que la tensión en su interior supere los 90 MPa.

a) Determine la sección mínima necesaria, en mm^2.

b) Calcule el diámetro mínimo correspondiente y compruebe qué tensión real tendría el cable si se fabricase con un diámetro normalizado de 16 mm.

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

c) Ese cable de 16 mm se alarga 2,4 mm bajo la carga y su deformación unitaria medida es del 0,08 %. Determine su longitud inicial.

Ver solución: Solución del Ejercicio 3

Ejercicio 4

Dos tirantes del mismo acero sujetan la cubierta de un almacén. El tirante A es de sección circular de 20 mm de diámetro y soporta una carga de 1500 kp. El tirante B es de sección cuadrada de 1,5 cm de lado y soporta una carga de 12 kN.

a) Calcule la tensión de trabajo de cada tirante, en MPa.

b) Indique cuál de los dos trabaja más solicitado y explique por qué la respuesta no coincide con el que lleva más carga.

c) Determine qué carga, en kN, podría llevar el tirante B para trabajar a la misma tensión que el tirante A.

Ver solución: Solución del Ejercicio 4

2. Ley de Hooke y módulo de Young

Ejercicio 5

Una probeta de aluminio de sección 50 mm^2 y longitud inicial 200 mm se somete a una carga de tracción de 7 kN. El aluminio ensayado tiene $E = 70$ GPa y un límite elástico $\sigma_E = 250$ MPa.

a) Calcule la tensión, la deformación unitaria y el alargamiento de la probeta.

b) Determine la carga que, según la ley de Hooke, produciría un alargamiento de 1 mm, y valore si esa carga puede aplicarse realmente a la probeta.

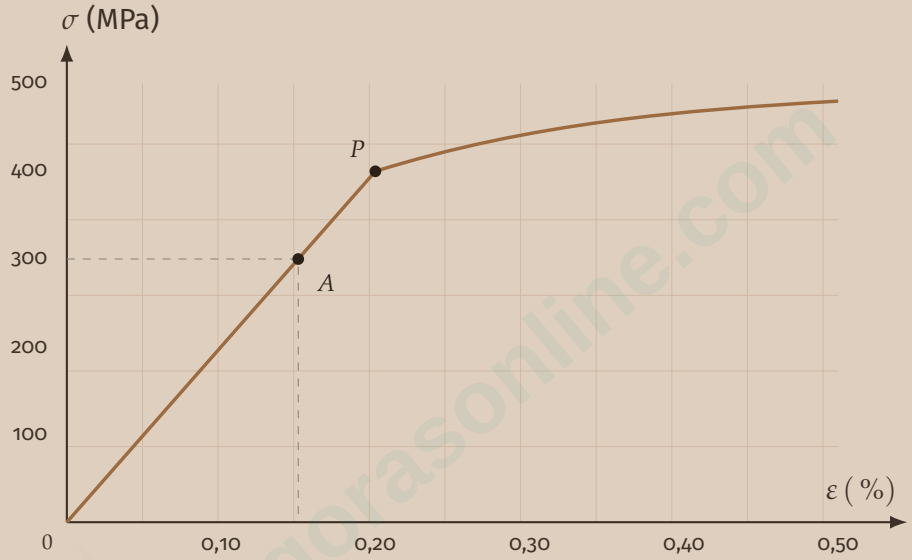
c) Calcule la carga máxima que admite la probeta sin quedar deformada de forma permanente y el alargamiento que le corresponde.

Ver solución: Solución del Ejercicio 5

Ejercicio 6

La figura recoge la zona inicial del diagrama tensión-deformación de un metal. El eje horizontal está rotulado en tanto por ciento, y P marca el final del tramo recto.

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución



a) Lea las coordenadas del punto A y calcule el módulo de elasticidad del metal, en GPa.

b) Compruebe el resultado con las coordenadas de P e identifique de qué metal puede tratarse.

c) Calcule el alargamiento que presentaría en A una probeta de 150 mm de longitud inicial.

d) Determine la carga máxima, en kN, que admite una pieza de 120 mm^2 de este metal sin salir del tramo recto.

Ver solución: Solución del Ejercicio 6

Ejercicio 7

Una barra de acero ($E = 200$ GPa) de sección 70 mm^2 y una barra de aluminio ($E = 70$ GPa) tienen las dos 1,5 m de longitud inicial y soportan la misma carga de tracción de 21 kN, trabajando ambas en zona proporcional.

a) Calcule la tensión y el alargamiento de la barra de acero.

b) Determine qué sección necesita la barra de aluminio para alargarse exactamente lo mismo que la de acero.

c) Compare las dos secciones y explique el resultado a partir de los módulos.

Ver solución: Solución del Ejercicio 7

Ejercicio 8

En la hoja de resultados de un ensayo sobre una probeta de aluminio de sección 120 mm^2 y longitud inicial 250 mm figuran, para una lectura tomada dentro del tramo recto, una carga de 18 kN y un alargamiento de 0,054 mm.

a) Calcule el módulo de elasticidad que se obtiene con esos datos.

b) Valore si el resultado es admisible para el material indicado.

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

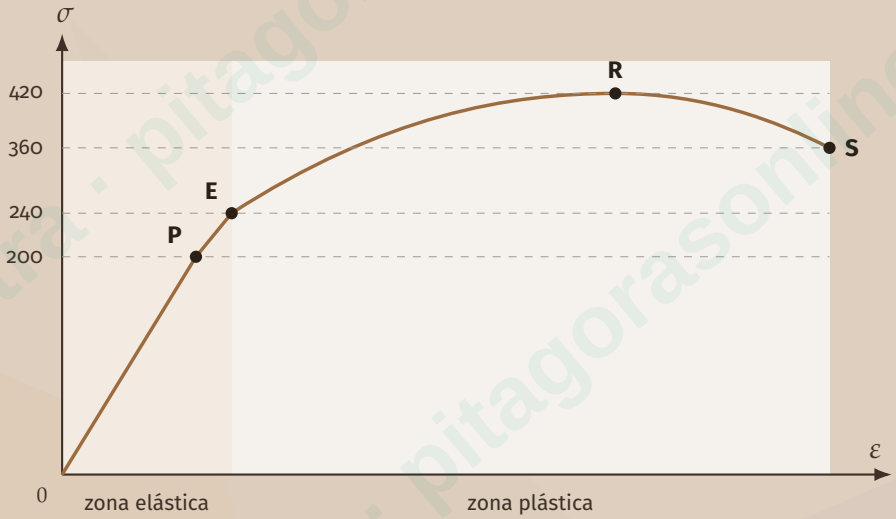
c) Proponga la corrección más probable, recalcule el módulo y compruebe que el nuevo valor es coherente con el aluminio.

Ver solución: Solución del Ejercicio 8

3. Diagrama tensión-deformación

Ejercicio 9

El esquema recoge el diagrama tensión-deformación de un acero, con el eje horizontal sin escala para que se vean a la vez la zona elástica y la plástica. Del ensayo se conocen $\sigma_P = 200$ MPa alcanzada con $\varepsilon_P = 0{,}10\,\permil$, $\sigma_E = 240$ MPa y $\sigma_R = 420$ MPa.



a) Nombre los cuatro puntos marcados y las dos zonas sombreadas.

b) Calcule el módulo de elasticidad del acero, indicando con qué tramo se trabaja y por qué.

c) Una pieza de este acero se carga hasta 300 MPa y después se descarga. Explique en qué estado queda.

d) Determine, para una pieza de 150 mm^2 de sección, la carga máxima que admite sin quedar deformada de forma permanente y la carga máxima que llega a soportar antes de romperse.

Ver solución: Solución del Ejercicio 9

Ejercicio 10

Una probeta cilíndrica de 14 mm de diámetro y 50 mm de longitud entre marcas se lleva hasta la rotura en un ensayo de tracción. El cuello de rotura mide 8,4 mm de diámetro y, uniendo los dos trozos, la distancia entre marcas resulta ser de 61,5 mm.

a) Calcule la estricción de la probeta, por el camino de las áreas y por el de los diámetros.

b) Determine el alargamiento de rotura, en tanto por ciento.

c) Indique en qué tramo de la curva aparece la estricción y por qué la curva desciende en él.

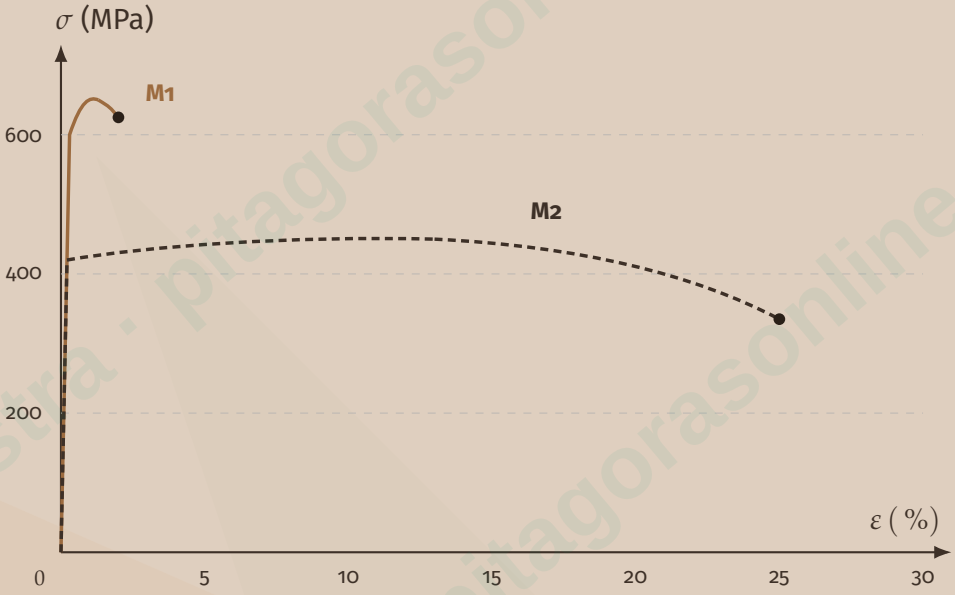
Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

d) Clasifique el material como dúctil o como frágil, justificándolo con los dos resultados numéricos.

Ver solución: Solución del Ejercicio 10

Ejercicio 11

La figura recoge las curvas tensión-deformación de dos materiales, M1 y M2, ensayados en las mismas condiciones. Los dos tienen el mismo módulo de elasticidad, $E = 200$ GPa.



De los dos ensayos se recogen además estos datos:

	M1	M2
Resistencia a la tracción σ_R	650 MPa	420 MPa
Alargamiento de rotura	2 %	25 %
Estricción	4 %	55 %

a) Clasifique cada material como dúctil o frágil, justificándolo con la forma de su curva y con la tabla.

b) Indique cuál de los dos es más resistente y cuál absorbe más energía antes de romperse.

c) Una pieza va a trabajar en un lugar donde interesa que avise antes de fallar. Elija material y razone la elección.

d) Calcule el alargamiento de una probeta de 100 mm de longitud inicial de cada material sometida a 300 MPa, y comente el resultado.

Ver solución: Solución del Ejercicio 11

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

4. Coeficiente de seguridad y tenacidad

Ejercicio 12

Una pasarela peatonal sobre un barranco se cuelga de seis tirantes verticales de acero de sección circular, repartidos a lo largo del tablero. El peso propio de la pasarela más la carga de uso que fija la normativa suman 72 kN, que se reparten por igual entre los seis tirantes. Cada tirante mide 4,20 m de longitud libre. El acero empleado tiene una resistencia a la tracción $\sigma_R = 480$ MPa, un límite elástico $\sigma_E = 300$ MPa y un módulo de elasticidad $E = 200$ GPa. El proyecto adopta un coeficiente de seguridad $n = 3$ aplicado sobre la resistencia a la tracción.

a) Determine la carga que soporta cada tirante y la tensión máxima de trabajo del acero.

b) Calcule la sección mínima y el diámetro mínimo de cada tirante.

c) Se fabrican los tirantes con barra redonda de 10 mm de diámetro. Calcule la tensión real de trabajo y el coeficiente de seguridad que realmente queda.

d) Determine el alargamiento de cada tirante en servicio y compruebe si la pasarela queda con alguna deformación permanente.

e) Calcule la carga total máxima que podría colgarse de la pasarela manteniendo el coeficiente de seguridad adoptado.

Ver solución: Solución del Ejercicio 12

Ejercicio 13

La marquesina de una parada de guaguas se sujeta con dos tirantes de acero de sección rectangular que trabajan a tracción. El conjunto de la marquesina, con su cubierta de vidrio y la carga de viento considerada, transmite 21,6 kN que se reparten por igual entre los dos tirantes, de 2,50 m de longitud cada uno. El acero tiene $\sigma_E = 270$ MPa, $\sigma_R = 540$ MPa y $E = 200$ GPa. Como la cubierta de vidrio va encajada y cualquier descuadre permanente la inutiliza, el proyecto adopta un coeficiente de seguridad $n = 1{,}8$ aplicado sobre el límite elástico.

a) Calcule la carga por tirante y la tensión máxima de trabajo.

b) Determine la sección mínima del tirante y, fijado un espesor de 6 mm, su anchura mínima.

c) Los tirantes se fabrican finalmente de 6 mm $\times$ 14 mm. Calcule la tensión real de trabajo y el alargamiento de cada tirante.

d) Determine qué coeficiente de seguridad, aplicado sobre la resistencia a la tracción, equivaldría al adoptado en proyecto.

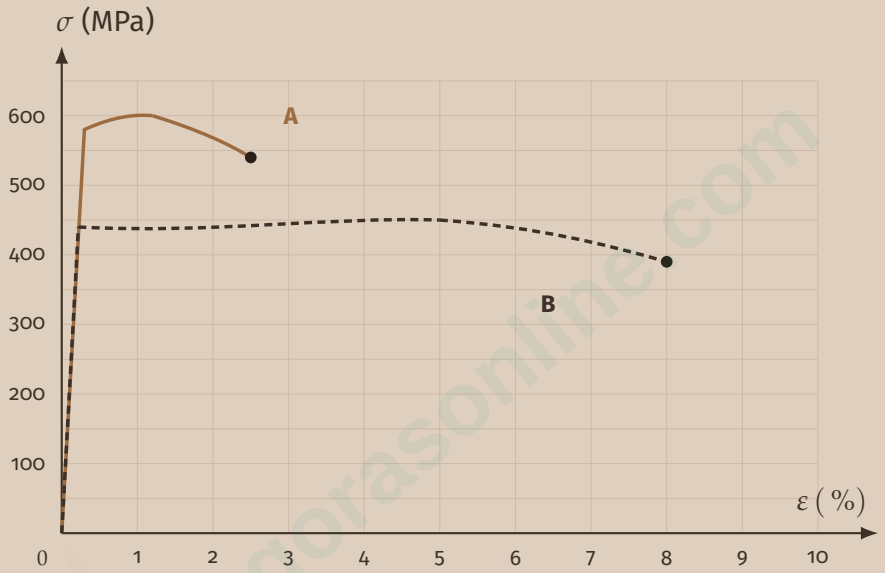
e) Calcule qué tensión de trabajo habría salido aplicando $n = 1{,}8$ sobre la resistencia a la tracción y explique por qué ese criterio no sirve en esta marquesina.

Ver solución: Solución del Ejercicio 13

Ejercicio 14

Para una pieza de accionamiento de una máquina envasadora, que trabaja a tracción con arranques bruscos y recibe golpes en cada ciclo, se estudian dos aceros. Los dos se han ensayado y sus curvas se han dibujado sobre la misma cuadrícula, con cuadros de 50 MPa de alto por 1 % de ancho.

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución



Contando los cuadros encerrados bajo cada curva salen 27 cuadros para el material A y 68 para el material B. Los demás datos de los dos ensayos son:

	Material A	**Material B**
Límite elástico σ_E	420 MPa	280 MPa
Resistencia a la tracción σ_R	600 MPa	450 MPa
Alargamiento de rotura	2,5 %	8 %
Estricción	6 %	35 %

a) Calcule el valor energético de un cuadro de la cuadrícula y estime la tenacidad de cada material, en MJ/m^3.

b) Compare los dos materiales en resistencia, en ductilidad y en tenacidad.

c) La pieza tiene que soportar una carga de tracción de 36 kN con un coeficiente de seguridad $n = 2$ aplicado sobre el límite elástico. Calcule la sección necesaria con cada material y la razón entre las dos.

d) Si la pieza se fabrica de sección circular, determine el diámetro mínimo con cada material.

e) Elija material para esta pieza y razone la elección con los resultados anteriores y con las condiciones de trabajo descritas.

Ver solución: Solución del Ejercicio 14

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

5. Soluciones

Cada solución lleva al pie un enlace para **volver a su enunciado**. Si has llegado hasta aquí sin haber intentado el ejercicio, vuelve: leer una solución bien explicada da una falsa sensación de dominio que el examen deshace.

Solución 1

a) El kilopondio se pasa a newtons multiplicando por 9,8:

$$F = 350\ \text{kp} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{N}}{\text{kp}} = 3430\ \text{N} = 3{,}43\ \text{kN}$$

b) Un centímetro cuadrado son 100 mm^2, porque el factor 10 entre centímetro y milímetro va elevado al cuadrado:

$$S = 3{,}5\ \text{cm}^2 \cdot 100 = 350\ \text{mm}^2 = 3{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$$

Aquí se pierden muchos resultados: el factor entre unidades de superficie es el cuadrado del factor entre unidades de longitud, de modo que 1 cm^2 son 100 mm^2 y no 10.
c) Con la fuerza en newtons y la sección en milímetros cuadrados, el cociente sale directamente en megapascales:

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{3430\ \text{N}}{350\ \text{mm}^2} = 9{,}8\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 9{,}8\ \text{MPa} = 9{,}8 \cdot 10^6\ \text{Pa}$$

Por el camino largo, $3430/3{,}5 \cdot 10^{-4} = 9{,}8 \cdot 10^6$ Pa, el mismo valor.
d) 1 GPa $= 1000$ MPa, así que $0{,}18$ GPa $= 180$ MPa y 70 GPa $= 70\,000$ MPa. El primero corresponde a un plástico blando y el segundo al aluminio.
e) Un tanto por ciento se divide por 100: $\varepsilon = 0{,}35/100 = 0{,}0035$. La deformación unitaria no lleva unidad, y el símbolo % es la única marca de que el número venía multiplicado por cien.

Volver al enunciado: Ejercicio 1

Solución 2

Datos. $a = 15$ mm, $L_0 = 80$ cm $= 800$ mm, $F = 27$ kN $= 27\,000$ N, $\Delta L = 0{,}96$ mm.
a) La sección de un cuadrado de lado a es a^2:

$$S = 15^2 = 225\ \text{mm}^2 \qquad \Longrightarrow \qquad \sigma = \frac{27\,000\ \text{N}}{225\ \text{mm}^2} = 120\ \text{MPa}$$

b) Las dos longitudes tienen que estar en la misma unidad. Pasando L_0 a milímetros,

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{0{,}96\ \text{mm}}{800\ \text{mm}} = 1{,}2 \cdot 10^{-3} = 0{,}12\,\%$$

Dejando L_0 en centímetros saldría $0{,}96/80 = 0{,}012$, diez veces más, que es el fallo habitual en este apartado.
c) $L_F = L_0 + \Delta L = 800 + 0{,}96 = 800{,}96$ mm. La barra se ha alargado menos de un milímetro sobre 80 cm, un orden de magnitud coherente con un metal en zona elástica.

Volver al enunciado: Ejercicio 2

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Solución 3

a) Despejando la sección en $\sigma = F/S$:

$$S = \frac{F}{\sigma} = \frac{18\,000\ \text{N}}{90\ \text{N/mm}^2} = 200\ \text{mm}^2$$

Es una sección *mínima*: cualquier sección mayor deja la tensión por debajo de 90 MPa, porque σ y S son inversamente proporcionales.
b) De $S = \pi D^2/4$ se despeja el diámetro:

$$D = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 200}{\pi}} = \sqrt{254{,}65} = 15{,}96\ \text{mm}$$

Con el diámetro normalizado de 16 mm, algo mayor que el mínimo,

$$S = \frac{\pi\,(16)^2}{4} = 201{,}06\ \text{mm}^2 \qquad \sigma = \frac{18\,000}{201{,}06} = 89{,}52\ \text{MPa}$$

que queda por debajo de los 90 MPa admisibles, como tenía que salir. Redondear el diámetro hacia abajo, a 15 mm, daría 101,9 MPa y dejaría el cable fuera de lo permitido: el diámetro comercial se elige siempre por encima del mínimo calculado.
c) Despejando la longitud inicial en $\varepsilon = \Delta L/L_0$, con $\varepsilon = 0{,}08/100 = 8 \cdot 10^{-4}$:

$$L_0 = \frac{\Delta L}{\varepsilon} = \frac{2{,}4\ \text{mm}}{8 \cdot 10^{-4}} = 3000\ \text{mm} = 3\ \text{m}$$

El alargamiento sale en la misma unidad en la que se dé L_0, y como ε es adimensional, el resultado hereda los milímetros del numerador.

Volver al enunciado: Ejercicio 3

Solución 4

a) Tirante A. La carga está en kilopondios y hay que pasarla a newtons antes de cualquier otra cosa:

$$F_A = 1500 \cdot 9{,}8 = 14\,700\ \text{N} \qquad S_A = \frac{\pi\,(20)^2}{4} = 314{,}16\ \text{mm}^2$$

$$\sigma_A = \frac{14\,700}{314{,}16} = 46{,}79\ \text{MPa}$$

Tirante B. El lado está en centímetros:

$$S_B = (15\ \text{mm})^2 = 225\ \text{mm}^2 \qquad \sigma_B = \frac{12\,000}{225} = 53{,}33\ \text{MPa}$$

b) Trabaja más solicitado el tirante B, con 53,33 MPa frente a 46,79 MPa, aunque lleva una carga menor: 12 kN frente a los 14,7 kN del tirante A. La tensión depende de la fuerza y de la sección a la vez, y la sección de B es un 28 % menor que la de A. Comparar cargas sin mirar las secciones lleva a la conclusión contraria.
c) Con la tensión del tirante A sobre la sección del tirante B:

$$F = \sigma_A \cdot S_B = 46{,}79\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 225\ \text{mm}^2 = 10\,528\ \text{N} \approx 10{,}53\ \text{kN}$$

Habría que descargarlo en algo más de 1,4 kN para igualar las dos tensiones.

Volver al enunciado: Ejercicio 4

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Solución 5

a) Los tres pasos encadenados:

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{7000\ \text{N}}{50\ \text{mm}^2} = 140\ \text{MPa}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{140 \cdot 10^6}{70 \cdot 10^9} = 2 \cdot 10^{-3} = 0{,}2\,\%$$

$$\Delta L = \varepsilon \cdot L_0 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 200\ \text{mm} = 0{,}4\ \text{mm}$$

b) Recorriendo el camino al revés, desde el alargamiento:

$$\varepsilon = \frac{1\ \text{mm}}{200\ \text{mm}} = 5 \cdot 10^{-3} \qquad \sigma = E \cdot \varepsilon = 70 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 350\ \text{MPa} \qquad F = \sigma \cdot S = 350 \cdot 50 = 17\,500\ \text{N}$$

El cálculo es correcto y el resultado no es aplicable: 350 MPa superan los 250 MPa del límite elástico, de modo que la probeta habría dejado la zona elástica mucho antes de llegar ahí y la ley de Hooke ya no describe su comportamiento. El alargamiento real con 17,5 kN sería mayor que 1 mm, y parte de él quedaría permanente. Escribir 17,5 kN sin esta advertencia da por buena una extrapolación que el propio enunciado desmiente.

c) La frontera está en el límite elástico:

$$F_{\text{máx}} = \sigma_E \cdot S = 250\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 50\ \text{mm}^2 = 12\,500\ \text{N} = 12{,}5\ \text{kN}$$

$$\varepsilon = \frac{250 \cdot 10^6}{70 \cdot 10^9} = 3{,}571 \cdot 10^{-3} \qquad \Delta L = 3{,}571 \cdot 10^{-3} \cdot 200 = 0{,}714\ \text{mm}$$

Por encima de 12,5 kN la probeta se queda estirada aunque se retire la carga.

Volver al enunciado: Ejercicio 5

Solución 6

a) El punto A está en $\varepsilon = 0{,}15\,\%$ y $\sigma = 300$ MPa. La abscisa es un porcentaje y hay que dividirla por 100 antes de usarla:

$$\varepsilon_A = \frac{0{,}15}{100} = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \qquad E = \frac{\sigma_A}{\varepsilon_A} = \frac{300 \cdot 10^6\ \text{Pa}}{1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{11}\ \text{Pa} = 200\ \text{GPa}$$

Tomando la abscisa tal como está escrita, $\varepsilon = 0{,}15$, saldrían 2 GPa, cien veces menos. El rótulo del eje es la única señal de que el dato está en tanto por ciento.

b) Con las coordenadas de P, que es $\varepsilon = 0{,}20\,\%$ y $\sigma = 400$ MPa:

$$E = \frac{400 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{11}\ \text{Pa} = 200\ \text{GPa}$$

El mismo valor, que es lo esperable: las dos lecturas están en el tramo recto y cualquier pareja de ese tramo da la misma pendiente. Un módulo de 200 GPa corresponde a un acero.

c) $\Delta L = \varepsilon_A \cdot L_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 150\ \text{mm} = 0{,}225\ \text{mm}$. Poco más de dos décimas de milímetro, que es el orden de magnitud que obliga a medir con extensómetro.

d) El tramo recto termina en P, con $\sigma_P = 400$ MPa:

$$F_{\text{máx}} = \sigma_P \cdot S = 400\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 120\ \text{mm}^2 = 48\,000\ \text{N} = 48\ \text{kN}$$

Volver al enunciado: Ejercicio 6

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Solución 7

a) Para la barra de acero:

$$\sigma = \frac{21\,000\ \text{N}}{70\ \text{mm}^2} = 300\ \text{MPa} \qquad \varepsilon = \frac{300 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta L = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 1500\ \text{mm} = 2{,}25\ \text{mm}$$

b) Que las dos barras se alarguen lo mismo, partiendo de la misma longitud inicial, obliga a que tengan la misma deformación unitaria, $\varepsilon = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$. La tensión que el aluminio necesita para esa deformación es menor, porque su módulo es menor:

$$\sigma_{\text{al}} = E_{\text{al}} \cdot \varepsilon = 70 \cdot 10^9 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 105\ \text{MPa}$$

y, con la misma carga de 21 kN, esa tensión exige más sección:

$$S_{\text{al}} = \frac{F}{\sigma_{\text{al}}} = \frac{21\,000\ \text{N}}{105\ \text{N/mm}^2} = 200\ \text{mm}^2$$

c) La barra de aluminio necesita 200 mm² frente a los 70 mm² de la de acero, es decir, 2,86 veces más sección. Esa razón es exactamente la de los módulos, $200/70 = 2{,}86$: a igualdad de carga, longitud y alargamiento, la sección necesaria es inversamente proporcional al módulo de elasticidad. El aluminio resuelve el problema con más sección y, aun así, con menos masa, porque su densidad es unas tres veces menor.

Volver al enunciado: Ejercicio 7

Solución 8

a) Con los datos de la hoja:

$$\sigma = \frac{18\,000\ \text{N}}{120\ \text{mm}^2} = 150\ \text{MPa} \qquad \varepsilon = \frac{0{,}054\ \text{mm}}{250\ \text{mm}} = 2{,}16 \cdot 10^{-4}$$

$$E = \frac{150 \cdot 10^6\ \text{Pa}}{2{,}16 \cdot 10^{-4}} = 6{,}944 \cdot 10^{11}\ \text{Pa} \approx 694\ \text{GPa}$$

b) El valor es imposible. El aluminio tiene un módulo en torno a 70 GPa, y 694 GPa son casi diez veces más; ni siquiera el acero, con 200 GPa, se acerca a esa cifra. Un material con 694 GPa sería unas tres veces más rígido que el acero, y ningún metal de uso estructural lo es. El indicio confirma el fallo: con 150 MPa, un aluminio tendría que haberse deformado unas diez veces más de lo anotado.
c) El cociente entre el valor obtenido y el esperado es aproximadamente diez, así que el error está en un factor de diez en el alargamiento, casi siempre una coma mal colocada al pasar la lectura del extensómetro. Con $\Delta L = 0{,}54$ mm:

$$\varepsilon = \frac{0{,}54}{250} = 2{,}16 \cdot 10^{-3} \qquad E = \frac{150 \cdot 10^6}{2{,}16 \cdot 10^{-3}} = 6{,}944 \cdot 10^{10}\ \text{Pa} \approx 69{,}4\ \text{GPa}$$

que coincide con los 70 GPa de referencia del aluminio con menos de un 1 % de diferencia. Dar 694 GPa como respuesta final, sin comentario, deja escrito un valor que el material desmiente; señalar la incoherencia y localizar el factor perdido es parte de la respuesta.

Volver al enunciado: Ejercicio 8

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Solución 9

a) P es el límite de proporcionalidad, final del tramo recto. E es el límite elástico, la mayor tensión que el material soporta sin quedarse deformado. R es la rotura interna, máximo de la curva, y su ordenada es la resistencia a la tracción del acero. S es la rotura visual, donde la probeta se parte en dos. La zona sombreada de la izquierda es la zona elástica, en la que el material recupera su forma al descargarlo, y la de la derecha es la zona plástica, en la que la deformación es permanente.
b) El módulo se calcula con un par de valores del tramo O-P, el único en el que σ y ε son proporcionales. Con $\varepsilon_P = 0{,}10/100 = 1 \cdot 10^{-3}$:

$$E = \frac{\sigma_P}{\varepsilon_P} = \frac{200 \cdot 10^6 \text{ Pa}}{1 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa} = 200 \text{ GPa}$$

Tomando un par de la zona plástica, por ejemplo la ordenada de R, saldría un número sin significado físico, porque ahí el cociente σ/ε ya no es constante.
c) Los 300 MPa superan el límite elástico de 240 MPa, así que la pieza ha entrado en zona plástica. Al descargarla recupera la parte elástica de su deformación y conserva el resto: queda más larga que al principio y con la sección algo reducida, de forma irreversible. Se queda lejos de la rotura, que llega a 420 MPa, y aun así ya no sirve si tenía que conservar sus medidas.
d) Sin deformación permanente, la tensión no puede pasar de σ_E:

$$F = \sigma_E \cdot S = 240 \cdot 150 = 36\,000 \text{ N} = 36 \text{ kN}$$

Antes de romperse, el máximo que llega a soportar corresponde a σ_R:

$$F = \sigma_R \cdot S = 420 \cdot 150 = 63\,000 \text{ N} = 63 \text{ kN}$$

Entre 36 y 63 kN la pieza aguanta sin partirse y se deforma de manera permanente, que es justamente el intervalo que ninguna pieza en servicio debería recorrer.

Volver al enunciado: Ejercicio 9

Solución 10

a) Por áreas.

$$S_0 = \frac{\pi\,(14)^2}{4} = 153{,}94 \text{ mm}^2 \qquad S_f = \frac{\pi\,(8{,}4)^2}{4} = 55{,}42 \text{ mm}^2$$

$$\text{Estricción} = \frac{S_0 - S_f}{S_0} \cdot 100 = \frac{153{,}94 - 55{,}42}{153{,}94} \cdot 100 = 64\,\%$$

Por diámetros. Como las dos secciones son circulares, el factor $\pi/4$ se simplifica y basta con los diámetros al cuadrado:

$$\text{Estricción} = \left(1 - \frac{8{,}4^2}{14^2}\right) \cdot 100 = (1 - 0{,}36) \cdot 100 = 64\,\%$$

El mismo resultado con la mitad de operaciones. El error que aparece aquí es restar diámetros en lugar de áreas: $(14 - 8{,}4)/14 = 40\,\%$, que no es la estricción.
b) El alargamiento de rotura compara la distancia final entre marcas con la inicial:

$$\frac{L_f - L_0}{L_0} \cdot 100 = \frac{61{,}5 - 50}{50} \cdot 100 = \frac{11{,}5}{50} \cdot 100 = 23\,\%$$

c) La estricción aparece en el tramo R-S, después de la rotura interna. Hasta R la probeta se adelgaza por igual en toda la zona calibrada; a partir de ahí el adelgazamiento se concentra en un tramo

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

corto que forma el cuello. La curva desciende porque las tensiones del diagrama se calculan todas con la sección inicial S_0, mientras que la sección real en el cuello se reduce muy deprisa: la fuerza necesaria baja y, dividida siempre por el mismo S_0, da una tensión nominal cada vez menor.
d) El material es dúctil. Ha perdido el 64 % de su sección antes de partirse y se ha alargado un 23 %, de modo que ha admitido mucha deformación permanente. Un material frágil daría una estricción de pocas unidades porcentuales y un alargamiento de rotura por debajo del 2 o el 3 %.

Volver al enunciado: Ejercicio 10

Solución 11

a) M1 es frágil: su curva sube muy deprisa y termina enseguida, con una zona plástica muy corta, y la tabla lo confirma con un 2 % de alargamiento de rotura y un 4 % de estricción. M2 es dúctil: su zona plástica se extiende hasta el 25 % de deformación y la estricción del 55 % indica que la probeta ha formado un cuello muy marcado antes de partirse.
b) Más resistente es M1, porque la resistencia a la tracción la da la altura del máximo de la curva: 650 MPa frente a 420 MPa, un 55 % más. Absorbe más energía M2, porque la energía absorbida por unidad de volumen es el área encerrada bajo la curva, y la de M2 es mucho más ancha. Ser más resistente y ser más tenaz son dos cosas distintas, y aquí recaen en materiales distintos.
c) M2. Un material dúctil se deforma de manera visible antes de romperse, de modo que la pieza da una señal aprovechable: se dobla, se alarga, se nota. M1, con un 2 % de alargamiento de rotura, se partiría de golpe y sin deformación previa apreciable, aunque aguante más carga.
d) Los dos tienen el mismo módulo, así que los dos dan la misma deformación:

$$\varepsilon = \frac{300 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \qquad \Delta L = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \text{ mm} = 0{,}15 \text{ mm}$$

Con 300 MPa, los dos materiales están todavía en su zona elástica y se alargan exactamente lo mismo. La rigidez la fija el módulo y es idéntica en los dos; lo que los diferencia es hasta dónde pueden llegar, y eso no se lee en el tramo recto.

Volver al enunciado: Ejercicio 11

Solución 12

a) La carga se reparte por igual:

$$F = \frac{72 \text{ kN}}{6} = 12 \text{ kN} = 12\,000 \text{ N}$$

El coeficiente se aplica sobre la resistencia a la tracción, tal como dice el enunciado:

$$\sigma_T = \frac{\sigma_R}{n} = \frac{480}{3} = 160 \text{ MPa}$$

b) Con esa tensión admisible,

$$S = \frac{F}{\sigma_T} = \frac{12\,000 \text{ N}}{160 \text{ N/mm}^2} = 75 \text{ mm}^2 \qquad D = \sqrt{\frac{4 \cdot 75}{\pi}} = \sqrt{95{,}49} = 9{,}77 \text{ mm}$$

c) La barra de 10 mm es algo más gruesa que el mínimo, de modo que la tensión real baja:

$$S = \frac{\pi\,(10)^2}{4} = 78{,}54 \text{ mm}^2 \qquad \sigma = \frac{12\,000}{78{,}54} = 152{,}79 \text{ MPa}$$

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

$$n_{\text{real}} = \frac{\sigma_R}{\sigma} = \frac{480}{152{,}79} = 3{,}14$$

Redondear el diámetro hacia arriba sube el coeficiente de seguridad, nunca lo baja. Si se hubiese elegido una barra de 9 mm, la sección sería 63,62 mm^2, la tensión 188,6 MPa y el coeficiente 2,55, por debajo del adoptado en proyecto.

d) En servicio el acero trabaja en zona elástica, así que vale la ley de Hooke:

$$\varepsilon = \frac{152{,}79 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 7{,}639 \cdot 10^{-4} \qquad \Delta L = 7{,}639 \cdot 10^{-4} \cdot 4200 \text{ mm} = 3{,}21 \text{ mm}$$

Los tirantes se alargan algo más de 3 mm, y el tablero baja esa misma cantidad. Como $\sigma = 152{,}8$ MPa queda por debajo del límite elástico de 300 MPa, la deformación es reversible: al retirar la carga de uso los tirantes recuperan su longitud y la pasarela no arrastra ninguna deformación permanente.

e) Con la sección realmente ejecutada y la tensión admisible de 160 MPa:

$$F_{\text{máx}} = \sigma_T \cdot S = 160 \cdot 78{,}54 = 12\,566 \text{ N por tirante}$$

$$F_{\text{total}} = 6 \cdot 12\,566 = 75\,398 \text{ N} \approx 75{,}4 \text{ kN}$$

Quedan unos 3,4 kN de margen sobre los 72 kN previstos, algo más de un 4 %, que es el margen asociado a haber redondeado el diámetro de 9,77 a 10 mm. El coeficiente de seguridad de 3 ya está descontado dentro de esos 75,4 kN.

Volver al enunciado: Ejercicio 12

Solución 13

a) La carga se reparte entre los dos tirantes:

$$F = \frac{21{,}6 \text{ kN}}{2} = 10{,}8 \text{ kN} = 10\,800 \text{ N}$$

El coeficiente va sobre el límite elástico, que es lo que pide el enunciado:

$$\sigma_T = \frac{\sigma_E}{n} = \frac{270}{1{,}8} = 150 \text{ MPa}$$

b) Con esa tensión admisible,

$$S = \frac{F}{\sigma_T} = \frac{10\,800 \text{ N}}{150 \text{ N/mm}^2} = 72 \text{ mm}^2$$

y, con el espesor fijado en 6 mm, la anchura mínima del pletina es

$$b = \frac{S}{e} = \frac{72 \text{ mm}^2}{6 \text{ mm}} = 12 \text{ mm}$$

c) La sección ejecutada es mayor que la mínima:

$$S = 6 \cdot 14 = 84 \text{ mm}^2 \qquad \sigma = \frac{10\,800}{84} = 128{,}57 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon = \frac{128{,}57 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 6{,}429 \cdot 10^{-4} \qquad \Delta L = 6{,}429 \cdot 10^{-4} \cdot 2500 \text{ mm} = 1{,}61 \text{ mm}$$

Cada tirante se alarga poco más de milímetro y medio, y esa deformación es elástica: desaparece cuando el viento deja de empujar.

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

d) Buscando el coeficiente que, aplicado sobre σ_R, deja la misma tensión de trabajo de 150 MPa:

$$n_R = \frac{\sigma_R}{\sigma_T} = \frac{540}{150} = 3{,}6$$

Un coeficiente de 1,8 sobre el límite elástico equivale, en este acero, a uno de 3,6 sobre la rotura, el doble. La cifra sola dice poco mientras no se indique sobre qué tensión se ha aplicado.
e) Aplicando 1,8 sobre la resistencia a la tracción:

$$\sigma_T = \frac{540}{1{,}8} = 300 \text{ MPa}$$

Esos 300 MPa superan en 30 MPa el límite elástico de 270 MPa. Los tirantes no llegarían a romperse, y sí quedarían alargados de forma permanente cada vez que la marquesina recibiese la carga de viento considerada. La cubierta de vidrio, que va encajada, perdería el encaje y se inutilizaría. Cuando la pieza tiene que conservar sus medidas, el coeficiente se aplica sobre el límite elástico.

Volver al enunciado: Ejercicio 13

Solución 14

a) El área de un cuadro es su altura en pascales por su anchura en deformación unitaria, y la anchura viene en tanto por ciento, así que se divide por 100:

$$A_{\text{cuadro}} = 50 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot \frac{1}{100} = 5 \cdot 10^5 \ \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = 0{,}5 \ \frac{\text{MJ}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Tenacidad}_A \approx 27 \cdot 0{,}5 = 13{,}5 \ \frac{\text{MJ}}{\text{m}^3} \qquad \text{Tenacidad}_B \approx 68 \cdot 0{,}5 = 34 \ \frac{\text{MJ}}{\text{m}^3}$$

Olvidar el factor 100 del eje multiplicaría las dos tenacidades por cien.
b) El material A es más resistente: 600 MPa frente a 450 MPa, y también tiene mayor límite elástico, 420 MPa frente a 280 MPa. El material B es más dúctil: se alarga un 8 % antes de romperse frente al 2,5 % de A, y su estricción es del 35 % frente al 6 %. En tenacidad gana B con holgura, 34 MJ/m^3 frente a 13,5 MJ/m^3, es decir, 2,5 veces más energía absorbida por unidad de volumen, porque su curva encierra mucha más área pese a quedar más baja.
c) Con el coeficiente sobre el límite elástico:

$$\sigma_{T,A} = \frac{420}{2} = 210 \text{ MPa} \qquad \sigma_{T,B} = \frac{280}{2} = 140 \text{ MPa}$$

$$S_A = \frac{36\,000}{210} = 171{,}43 \text{ mm}^2 \qquad S_B = \frac{36\,000}{140} = 257{,}14 \text{ mm}^2$$

$$\frac{S_B}{S_A} = \frac{257{,}14}{171{,}43} = 1{,}5$$

El material B exige exactamente un 50 % más de sección, que es la razón inversa de los dos límites elásticos, $420/280 = 1{,}5$.
d) De $S = \pi D^2/4$,

$$D_A = \sqrt{\frac{4 \cdot 171{,}43}{\pi}} = 14{,}77 \text{ mm} \qquad D_B = \sqrt{\frac{4 \cdot 257{,}14}{\pi}} = 18{,}09 \text{ mm}$$

En la práctica se adoptarían barras de 15 y 19 mm, los diámetros comerciales inmediatamente superiores.

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

e) Conviene el material B. La pieza recibe golpes y arranques bruscos en cada ciclo, de manera que lo que la va a arruinar es la energía de cada impacto, y esa energía la absorbe el material más tenaz: B encierra 2,5 veces más área bajo su curva. El material A aguanta más carga estática y necesita menos sección, y con un 2,5 % de alargamiento de rotura y un 6 % de estricción rompería de golpe ante una sobrecarga puntual, sin deformarse antes lo suficiente como para que el fallo se vea venir en una revisión. El coste de elegir B es un 50 % más de sección y un diámetro de 19 mm en lugar de 15 mm, que en una pieza de máquina es un precio asumible a cambio de un modo de fallo avisado.

Volver al enunciado: Ejercicio 14

Edición, ampliación y maquetación: Academia Pitágoras.
© Isaías Dávila Delgado · Academia Pitágoras. Material de uso exclusivo del alumnado matriculado. Prohibida su reproducción y distribución.

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución