Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II · 2.º de Bachillerato · PAU 2027

Esta ficha completa los ejercicios de los apuntes de la lección 1.1: ninguno se repite, así que puedes hacerla entera aunque ya hayas resuelto aquellos. Las soluciones no están debajo de cada enunciado, sino **agrupadas al final de la ficha**: al pie de cada ejercicio tienes un enlace que te lleva a la suya, y al pie de cada solución, otro para volver. Intenta siempre el ejercicio *por escrito* antes de pulsar el enlace. Están ordenados de menor a mayor dificultad: los tres últimos son de tipo examen y conviene hacerlos redactados y cronometrados, como en la **PAU**. Redondea siempre a **cuatro decimales** y define los sucesos con una letra antes de calcular.

1. Espacio muestral, sucesos y regla de Laplace

Ejercicio 1

Se lanza una moneda tres veces seguidas y se anota el resultado de cada lanzamiento.

a) Escribe el espacio muestral E y di cuántos casos posibles tiene.

b) Escribe como conjuntos los sucesos A = «salen al menos dos caras» y B = «el primer lanzamiento es cruz», y calcula $P(A)$ y $P(B)$.

c) Escribe $A \cap B$ y $A \cup B$ y calcula sus probabilidades.

Ver solución: Solución del Ejercicio 1

Ejercicio 2

De una baraja española de 40 cartas se extrae una al azar. Consideramos los sucesos A = «la carta es de oros» y B = «la carta es una figura (sota, caballo o rey)». Calcula $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$ contando casos, y comprueba después el resultado de la unión con la fórmula.

Ver solución: Solución del Ejercicio 2

Ejercicio 3

Una urna contiene 5 bolas blancas, 3 negras y 2 rojas. Se extrae una bola al azar.

a) Calcula la probabilidad de que sea blanca y la de que no sea blanca.

b) Calcula la probabilidad de que sea blanca o roja.

c) ¿Son compatibles los sucesos «sacar bola blanca» y «sacar bola roja»? Razona la respuesta y di qué le pasa a la fórmula de la unión en este caso.

Ver solución: Solución del Ejercicio 3

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Ejercicio 4

Se lanzan dos dados de seis caras y se suman los puntos obtenidos.

a) ¿Cuántos casos posibles hay?

b) Calcula la probabilidad de que la suma sea 7.

c) Calcula la probabilidad de que la suma sea menor que 5.

d) Calcula la probabilidad de que la suma sea par.

Ver solución: Solución del Ejercicio 4

2. Operaciones con sucesos y leyes de Morgan

Ejercicio 5

Sean A y B dos sucesos de un mismo experimento. Escribe, usando solo A, B, la barra del contrario, $\cup$ y $\cap$, los sucesos siguientes:

a) Ocurre al menos uno de los dos.

b) No ocurre ninguno de los dos.

c) Ocurre A pero no B.

d) No ocurren los dos a la vez.

e) Ocurre exactamente uno de los dos.

En los apartados b) y d), escribe además la expresión equivalente que dan las leyes de Morgan.

Ver solución: Solución del Ejercicio 5

Ejercicio 6

De dos sucesos A y B se sabe que $P(A) = 0{,}6$, $P(B) = 0{,}5$ y $P(A \cup B) = 0{,}8$. Calcula:

a) $P(A \cap B)$.

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

c) $P(A \cap \overline{B})$.

d) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$.

Ver solución: Solución del Ejercicio 6

Ejercicio 7

De dos sucesos A y B se sabe que $P(\overline{A}) = 0{,}7$, $P(B) = 0{,}4$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}85$.

a) Calcula $P(A \cap B)$.

b) Calcula $P(A \mid B)$ y $P(B \mid A)$.

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

c) ¿Son independientes A y B?

Ver solución: Solución del Ejercicio 7

Ejercicio 8

Sean A y B dos sucesos **incompatibles** de los que se sabe que $P(\overline{A}) = 0{,}4$ y $P(A \cup B) = 0{,}9$.

a) Calcula $P(B)$.

b) Calcula $P(A \mid B)$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

c) ¿Pueden ser independientes dos sucesos incompatibles de probabilidad distinta de cero? Razona la respuesta.

Ver solución: Solución del Ejercicio 8

3. Las fórmulas en juego: unión, intersección y condicionada

Ejercicio 9

De dos sucesos A y B se sabe que $P(A) = 0{,}5$, $P(B \mid A) = 0{,}4$ y $P(A \mid B) = 0{,}5$. Calcula $P(A \cap B)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$ y $P(A \mid \overline{B})$.

Ver solución: Solución del Ejercicio 9

Ejercicio 10

En un grupo de 2.º de Bachillerato, el $30\,\%$ de los alumnos estudia francés, el $60\,\%$ estudia inglés y el $20\,\%$ estudia los dos idiomas. Se elige un alumno al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que estudie al menos uno de los dos idiomas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no estudie ninguno de los dos?

c) Si estudia francés, ¿cuál es la probabilidad de que estudie también inglés?

d) Si no estudia inglés, ¿cuál es la probabilidad de que estudie francés?

Ver solución: Solución del Ejercicio 10

Ejercicio 11

Sean A y B dos sucesos **independientes** con $P(A) = 0{,}4$ y $P(B) = 0{,}3$. Calcula $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$, $P(\overline{A} \cap \overline{B})$, $P(A \cap \overline{B})$ y $P(\overline{A} \cup B)$.

Ver solución: Solución del Ejercicio 11

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Ejercicio 12

De dos sucesos A y B se sabe que $P(A) = 0{,}55$, $P(B) = 0{,}35$ y $P(A \cap \overline{B}) = 0{,}40$.

a) Calcula $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$.

b) Calcula $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ y $P(B \mid A)$.

c) Estudia si A y B son compatibles y si son independientes.

Ver solución: Solución del Ejercicio 12

4. Compatibilidad e independencia: razonar, no calcular

Ejercicio 13

Razona si cada afirmación es verdadera o falsa. Supón siempre que $P(A) > 0$ y $P(B) > 0$.

a) Si A y B son independientes, entonces son compatibles.

b) Si A y B son incompatibles, entonces $P(A \mid B) = 0$.

c) Si $A \subset B$, entonces $P(A \mid B) = \dfrac{P(A)}{P(B)}$.

d) $P(A \mid B) + P(\overline{A} \mid B) = 1$ siempre.

Ver solución: Solución del Ejercicio 13

Ejercicio 14

Se lanza un dado de seis caras y se consideran los sucesos $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ y $C = \{4, 5, 6\}$. Estudia, para los pares A y B y para A y C, si son compatibles o incompatibles y si son dependientes o independientes.

Ver solución: Solución del Ejercicio 14

5. Tipo examen

Ejercicio 15

En una ciudad, el $40\,\%$ de los habitantes lee el periódico A, el $30\,\%$ lee el periódico B y el $12\,\%$ lee los dos. Se elige un habitante al azar.

a) Calcula la probabilidad de que lea alguno de los dos periódicos.

b) Calcula la probabilidad de que no lea ninguno de los dos.

c) Si lee el periódico B, ¿cuál es la probabilidad de que lea también el A?

d) ¿Son independientes los sucesos «leer A» y «leer B»? Interpreta el resultado.

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Ver solución: Solución del Ejercicio 15

Ejercicio 16

En una tienda, el $35\,\%$ de los clientes compra por internet y el $50\,\%$ de los clientes son menores de 40 años. Se sabe además que, de los clientes que compran por internet, el $80\,\%$ son menores de 40 años. Se elige un cliente al azar.

a) Calcula la probabilidad de que compre por internet y sea menor de 40 años.

b) Si es menor de 40 años, ¿cuál es la probabilidad de que compre por internet?

c) Calcula la probabilidad de que no compre por internet y no sea menor de 40 años.

d) ¿Son independientes los sucesos «comprar por internet» y «ser menor de 40 años»?

Ver solución: Solución del Ejercicio 16

Ejercicio 17

De dos sucesos A y B se sabe que $P(\overline{A}) = 0{,}55$, $P(B) = 0{,}40$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}30$.

a) Calcula $P(A \cup B)$ y $P(A \cap B)$.

b) Calcula $P(B \mid A)$ y $P(\overline{B} \mid A)$.

c) Calcula $P(\overline{A} \cup \overline{B})$.

d) Razona si A y B son independientes.

Ver solución: Solución del Ejercicio 17

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

6. Soluciones

Cada solución lleva al pie un enlace para **volver a su enunciado**. Si has llegado hasta aquí sin haber intentado el ejercicio, vuelve: leer una solución bien explicada da una falsa sensación de dominio que el examen deshace.

Solución 1

a) Con C = cara y X = cruz,

$$E = \{CCC,\ CCX,\ CXC,\ CXX,\ XCC,\ XCX,\ XXC,\ XXX\},$$

que son 8 casos posibles (dos opciones en cada uno de los tres lanzamientos).
b) «Al menos dos caras» significa dos o tres:

$$A = \{CCC,\ CCX,\ CXC,\ XCC\}, \qquad B = \{XCC,\ XCX,\ XXC,\ XXX\}.$$

Por Laplace, $P(A) = \dfrac{4}{8} = 0{,}5$ y $P(B) = \dfrac{4}{8} = 0{,}5$.
c) La intersección son los resultados que están en las dos listas: $A \cap B = \{XCC\}$, luego $P(A \cap B) = \dfrac{1}{8} = 0{,}125$.
La unión son los que están en alguna de las dos: $A \cup B = \{CCC,\ CCX,\ CXC,\ XCC,\ XCX,\ XXC,\ XXX\}$, siete elementos, así que $P(A \cup B) = \dfrac{7}{8} = 0{,}875$.
Comprobación con la fórmula de la unión: $0{,}5 + 0{,}5 - 0{,}125 = 0{,}875$. Coincide, que es lo que tenía que pasar.

Volver al enunciado: Ejercicio 1

Solución 2

Casos posibles: 40.
Oros: hay 10 cartas de oros, luego $P(A) = \dfrac{10}{40} = 0{,}25$.
Figuras: tres por palo y cuatro palos, 12 cartas, luego $P(B) = \dfrac{12}{40} = 0{,}3$.
Oros y figura a la vez: la sota, el caballo y el rey de oros, tres cartas:

$$P(A \cap B) = \frac{3}{40} = 0{,}075.$$

Oros o figura: contando, 10 oros más 12 figuras menos las 3 que hemos contado dos veces, 19 cartas:

$$P(A \cup B) = \frac{19}{40} = 0{,}475.$$

Con la fórmula: $0{,}25 + 0{,}3 - 0{,}075 = 0{,}475$. La resta de la intersección es exactamente «no contar dos veces» las tres figuras de oros.

Volver al enunciado: Ejercicio 2

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Solución 3

Hay 10 bolas en total. Llamamos B = «blanca», N = «negra», R = «roja».

a) $P(B) = \dfrac{5}{10} = 0{,}5$. Para la segunda no hace falta contar nada: es el suceso contrario,

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5.$$

b) $P(B \cup R) = \dfrac{5+2}{10} = 0{,}7$.

c) Son **incompatibles**: una misma bola no puede ser blanca y roja, así que $B \cap R = \varnothing$ y $P(B \cap R) = 0$. La fórmula de la unión sigue valiendo, solo que el término que se resta es cero:

$$P(B \cup R) = P(B) + P(R) - 0 = 0{,}5 + 0{,}2 = 0{,}7,$$

el mismo resultado del apartado b). Cuando los sucesos son incompatibles, la unión es una simple suma.

Volver al enunciado: Ejercicio 3

Solución 4

a) Cada dado tiene seis resultados y son independientes uno del otro: $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles. Ojo: los casos posibles son las *parejas*, no las sumas; las sumas van de 2 a 12 y no son equiprobables, así que no se puede aplicar Laplace sobre ellas.

b) Suma 7: $(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)$, seis casos favorables.

$$P(\text{suma} = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0{,}1667.$$

c) «Menor que 5» son las sumas 2, 3 y 4: $(1,1)$; $(1,2), (2,1)$; $(1,3), (3,1), (2,2)$. En total $1+2+3 = 6$ casos:

$$P(\text{suma} < 5) = \frac{6}{36} = 0{,}1667.$$

d) La suma es par cuando los dos dados son pares o los dos son impares: $3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 18$ casos.

$$P(\text{suma par}) = \frac{18}{36} = 0{,}5.$$

Volver al enunciado: Ejercicio 4

Solución 5

a) «Al menos uno» es el «o» de siempre: $A \cup B$.

b) «Ninguno» es «no A y no B»: $\overline{A} \cap \overline{B}$. Por Morgan, $\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$, y de ahí la fórmula que se usa en el examen:

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B).$$

c) $A \cap \overline{B}$, la «media luna» de A. Se calcula con $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$.

d) «No los dos a la vez» es la negación de la intersección: $\overline{A \cap B}$. Por Morgan, $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$, luego

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A \cap B).$$

Este es el dato que suelen dar disfrazado en los ejercicios de examen.

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

e) «Exactamente uno» es «A y no B» o «B y no A», y esas dos posibilidades son incompatibles:

$$(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B), \qquad P = P(A) + P(B) - 2\,P(A \cap B).$$

No confundirlo con «al menos uno»: aquí el caso en que ocurren los dos queda fuera, y por eso la intersección se resta *dos* veces.

Volver al enunciado: Ejercicio 5

Solución 6

a) Despejando de la fórmula de la unión:

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0{,}6 + 0{,}5 - 0{,}8 = 0{,}3.$$

b) Es «ninguno de los dos», el contrario de la unión:

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2.$$

c) Media luna: a A le quitamos el trozo que comparte con B:

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}6 - 0{,}3 = 0{,}3.$$

d) Por Morgan es el contrario de la intersección:

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7.$$

Fíjate en que los cuatro trozos en que queda dividida la «caja» suman 1: $0{,}3$ (solo A) $+\ 0{,}3$ (los dos) $+\ 0{,}2$ (solo B) $+\ 0{,}2$ (ninguno) $= 1$. Es la mejor comprobación rápida de este tipo de ejercicio.

Volver al enunciado: Ejercicio 6

Solución 7

Primero traducimos los datos. Del contrario, $P(A) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$.
a) El tercer dato es una ley de Morgan disfrazada: $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B}$, así que

$$P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - 0{,}85 = 0{,}15.$$

b) Aplicando la definición de probabilidad condicionada,

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}15}{0{,}4} = 0{,}375, \qquad P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}15}{0{,}3} = 0{,}5.$$

Las dos son distintas, como casi siempre: el numerador es el mismo, pero el denominador cambia porque cambia la población de referencia.
c) Comparamos:

$$P(A \cap B) = 0{,}15 \qquad \text{y} \qquad P(A) \cdot P(B) = 0{,}3 \cdot 0{,}4 = 0{,}12.$$

No coinciden, luego A y B son **dependientes**. Se ve también en b): $P(A \mid B) = 0{,}375 \neq 0{,}3 = P(A)$, es decir, saber que ha ocurrido B sí cambia la probabilidad de A.

Volver al enunciado: Ejercicio 7

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Solución 8

a) $P(A) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$. Al ser incompatibles, $P(A \cap B) = 0$ y la unión es una suma:

$$0{,}9 = 0{,}6 + P(B) - 0 \implies P(B) = 0{,}3.$$

b)

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0}{0{,}3} = 0.$$

Tiene todo el sentido: si sabemos que ha ocurrido B, A ya es imposible. Y

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1.$$

c) No. Si son incompatibles, $P(A \cap B) = 0$; si además fueran independientes, tendría que cumplirse $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, es decir, $P(A) \cdot P(B) = 0$, lo que obliga a que uno de los dos tenga probabilidad cero. Con ambas probabilidades no nulas es imposible: incompatibles e independientes son cosas distintas y, de hecho, la incompatibilidad es la forma más fuerte de dependencia.

Volver al enunciado: Ejercicio 8

Solución 9

Empezamos por la intersección, porque es el dato que se puede despejar directamente:

$$P(A \cap B) = P(B \mid A) \cdot P(A) = 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}2.$$

Ahora, de la otra condicionada sale $P(B)$:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \implies P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A \mid B)} = \frac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4.$$

Con las tres piezas, la unión:

$$P(A \cup B) = 0{,}5 + 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}7.$$

Y la última condicionada, con la media luna arriba y el contrario abajo:

$$P(A \mid \overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0{,}5 - 0{,}2}{1 - 0{,}4} = \frac{0{,}3}{0{,}6} = 0{,}5.$$

Curiosidad que conviene notar: aquí $P(A \mid B) = P(A \mid \overline{B}) = P(A) = 0{,}5$. Los dos sucesos son independientes, y se comprueba con $P(A) \cdot P(B) = 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}2 = P(A \cap B)$.

Volver al enunciado: Ejercicio 9

Solución 10

Sucesos: F = «estudia francés», I = «estudia inglés». Datos: $P(F) = 0{,}30$, $P(I) = 0{,}60$, $P(F \cap I) = 0{,}20$.

a)

$$P(F \cup I) = 0{,}30 + 0{,}60 - 0{,}20 = 0{,}70.$$

b)

$$P(\overline{F} \cap \overline{I}) = 1 - P(F \cup I) = 1 - 0{,}70 = 0{,}30.$$

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

c) Nos piden $P(I \mid F)$: la condición va debajo de la raya.

$$P(I \mid F) = \frac{P(F \cap I)}{P(F)} = \frac{0{,}20}{0{,}30} = 0{,}6667.$$

Es decir, dos de cada tres alumnos que estudian francés estudian además inglés.
d) Ahora la condición es $\overline{I}$:

$$P(F \mid \overline{I}) = \frac{P(F \cap \overline{I})}{P(\overline{I})} = \frac{0{,}30 - 0{,}20}{1 - 0{,}60} = \frac{0{,}10}{0{,}40} = 0{,}25.$$

Volver al enunciado: Ejercicio 10

Solución 11

Que sean independientes es un dato: nos permite *multiplicar*.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12.$$

$$P(A \cup B) = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}12 = 0{,}58.$$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}58 = 0{,}42.$$

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}4 - 0{,}12 = 0{,}28.$$

(También se podía hacer multiplicando, porque si A y B son independientes también lo son A y $\overline{B}$: $0{,}4 \cdot 0{,}7 = 0{,}28$.)
Para la última, Morgan al revés: $\overline{A} \cup B$ es el contrario de $A \cap \overline{B}$, luego

$$P(\overline{A} \cup B) = 1 - P(A \cap \overline{B}) = 1 - 0{,}28 = 0{,}72.$$

Volver al enunciado: Ejercicio 11

Solución 12

a) El tercer dato es la media luna, y de ella sale la intersección:

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) \implies P(A \cap B) = 0{,}55 - 0{,}40 = 0{,}15.$$

$$P(A \cup B) = 0{,}55 + 0{,}35 - 0{,}15 = 0{,}75.$$

b)

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25, \qquad P(B \mid A) = \frac{0{,}15}{0{,}55} = 0{,}2727.$$

c) Son **compatibles**, porque $P(A \cap B) = 0{,}15 \neq 0$: pueden ocurrir a la vez. Para la independencia,

$$P(A) \cdot P(B) = 0{,}55 \cdot 0{,}35 = 0{,}1925 \neq 0{,}15 = P(A \cap B),$$

así que son **dependientes**. Las dos preguntas se parecen en la forma pero no en el fondo: la primera mira si la intersección es cero, la segunda si vale exactamente el producto.

Volver al enunciado: Ejercicio 12

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Solución 13

a) Verdadera. Si son independientes, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) > 0$ al ser los dos factores positivos. Una intersección de probabilidad no nula no puede ser el suceso imposible, así que son compatibles.
b) Verdadera. Si son incompatibles, $P(A \cap B) = 0$, y entonces

$$P(A \mid B) = \frac{0}{P(B)} = 0.$$

Sabiendo que ha ocurrido B, A es imposible.
c) Verdadera. Si A está contenido en B, todo caso de A es caso de B, luego $A \cap B = A$ y

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)}.$$

Y como $P(A) \leq P(B)$, el resultado no se pasa de 1, como debe ser.
d) Verdadera. Fijada la condición B, la probabilidad condicionada se reparte entre A y su contrario igual que la probabilidad normal:

$$P(A \mid B) + P(\overline{A} \mid B) = \frac{P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1.$$

Lo que *no* vale 1 es $P(A \mid B) + P(A \mid \overline{B})$: ahí lo que cambia es la condición, y esa suma puede dar cualquier cosa. Es uno de los errores más repetidos.

Volver al enunciado: Ejercicio 13

Solución 14

Las probabilidades por Laplace:

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \qquad P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \qquad P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Par A y B. $A \cap B = \{2, 4\}$, luego $P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \neq 0$: **compatibles**. Y

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} = P(A \cap B),$$

así que son **independientes**.
Par A y C. $A \cap C = \{4\}$, luego $P(A \cap C) = \frac{1}{6} \neq 0$: **compatibles**. Pero

$$P(A) \cdot P(C) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \neq \frac{1}{6} = P(A \cap C),$$

así que son **dependientes**. Comprobación por la condicionada: $P(A \mid C) = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$, muy distinto de $P(A) = \frac{2}{3}$; saber que ha salido 4, 5 o 6 reduce a la mitad la probabilidad de que el resultado esté en A.
Compara los dos pares: los dos son compatibles, y sin embargo uno es independiente y el otro no. La compatibilidad no decide nada sobre la independencia.

Volver al enunciado: Ejercicio 14

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Solución 15

Sucesos: A = «lee el periódico A», B = «lee el periódico B». Datos: $P(A) = 0{,}40$, $P(B) = 0{,}30$, $P(A \cap B) = 0{,}12$.

a)

$$P(A \cup B) = 0{,}40 + 0{,}30 - 0{,}12 = 0{,}58.$$

El $58\,\%$ de los habitantes lee al menos uno de los dos.

b)

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}58 = 0{,}42.$$

c)

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}12}{0{,}30} = 0{,}4.$$

d)

$$P(A) \cdot P(B) = 0{,}40 \cdot 0{,}30 = 0{,}12 = P(A \cap B),$$

luego **sí son independientes**. Se ve mejor en c): $P(A \mid B) = 0{,}4 = P(A)$. Entre los lectores de B hay exactamente la misma proporción de lectores de A que en el conjunto de la ciudad, así que leer B no informa de nada sobre leer A.

Volver al enunciado: Ejercicio 15

Solución 16

Sucesos: I = «compra por internet», M = «es menor de 40 años». Los datos son $P(I) = 0{,}35$, $P(M) = 0{,}50$ y, atención al tercero, $P(M \mid I) = 0{,}80$: el «de los que compran por internet» restringe la población a I, así que es una condicionada, no una intersección.

a) Despejando de la condicionada:

$$P(I \cap M) = P(M \mid I) \cdot P(I) = 0{,}80 \cdot 0{,}35 = 0{,}28.$$

b) Ahora la condición es la otra:

$$P(I \mid M) = \frac{P(I \cap M)}{P(M)} = \frac{0{,}28}{0{,}50} = 0{,}56.$$

Fíjate en que $P(M \mid I) = 0{,}80$ y $P(I \mid M) = 0{,}56$ son cosas distintas aunque compartan numerador.

c) Es «ninguno de los dos». Primero la unión:

$$P(I \cup M) = 0{,}35 + 0{,}50 - 0{,}28 = 0{,}57, \qquad P(\overline{I} \cap \overline{M}) = 1 - 0{,}57 = 0{,}43.$$

d)

$$P(I) \cdot P(M) = 0{,}35 \cdot 0{,}50 = 0{,}175 \neq 0{,}28 = P(I \cap M),$$

luego son **dependientes**: entre los que compran por internet hay bastante más gente joven ($80\,\%$) que en el conjunto de los clientes ($50\,\%$).

Volver al enunciado: Ejercicio 16

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución

Solución 17

Traducimos primero: $P(A) = 1 - 0{,}55 = 0{,}45$.

a) El tercer dato es «ninguno de los dos», el contrario de la unión:

$$P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - 0{,}30 = 0{,}70.$$

Y de la fórmula de la unión,

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0{,}45 + 0{,}40 - 0{,}70 = 0{,}15.$$

b)

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}15}{0{,}45} = 0{,}3333.$$

Y su contrario, con la misma condición:

$$P(\overline{B} \mid A) = 1 - P(B \mid A) = 1 - 0{,}3333 = 0{,}6667,$$

que también sale directamente: $P(A \cap \overline{B})/P(A) = (0{,}45 - 0{,}15)/0{,}45 = 0{,}6667$.

c) Morgan:

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0{,}15 = 0{,}85.$$

d)

$$P(A) \cdot P(B) = 0{,}45 \cdot 0{,}40 = 0{,}18 \neq 0{,}15 = P(A \cap B),$$

luego son **dependientes**. En términos de condicionada: $P(B \mid A) = 0{,}3333$ es menor que $P(B) = 0{,}40$, así que ocurrir A hace *menos* probable a B.

Volver al enunciado: Ejercicio 17

Edición, ampliación y maquetación: Academia Pitágoras.

© Isaías Dávila Delgado · Academia Pitágoras. Material de uso exclusivo del alumnado matriculado. Prohibida su reproducción y distribución.

Material de muestra de Academia Pitágoras · pitagorasonline.com · Prohibida su distribución